

SECRETARÍA ACADÉMICA, DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN

DIRECCIÓN DE DOCENCIA E INNOVACIÓN EDUCATIVA

FORMULARIO CIENCIAS BÁSICAS

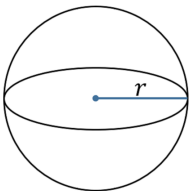
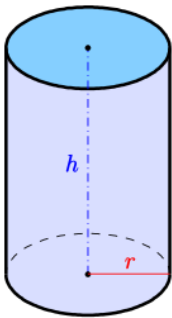
EVENTO NACIONAL ESTUDIANTIL DE CIENCIAS (ENECEB)





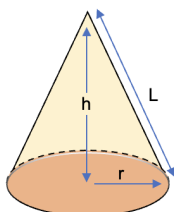
1 Matemáticas

1.1 Geometría

Nombre	Figura	Superficie	Volumen
Esfera		$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$.
Cilindro circular recto		$2\pi r h$	$\pi r^2 h$.

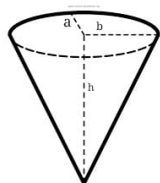


Cono circular recto



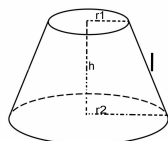
$$\pi a\sqrt{b^2 + h^2} = \pi r h \quad \frac{1}{3} \pi r^2 h.$$

Cono elíptico



$$\pi r\sqrt{r^2 + h^2} = \pi r h \quad \frac{1}{3} \pi a b h.$$

Frusto de cono (Cono circular trunco)



$$\pi(r1 + r2)l \quad \frac{1}{3} \pi h(r1^2 + r1 * r2 + r2^2).$$

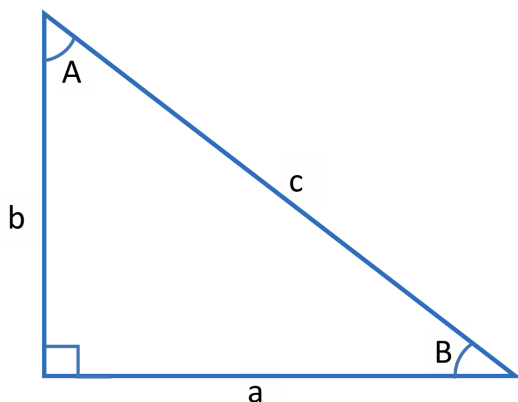
1.2 Fórmulas de trigonometría

Identidades trigonométricas fundamentales

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$	$\sin^2 A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2A$
$\sec^2 A - \tan^2 A = 1$	$\cos^2 A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2A$
$\csc^2 A - \cot^2 A = 1$	$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
$\sen A \csc A = 1$	$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
$\cos A \sec A = 1$	$\sen(A \pm B) = \sen A \cos B \pm \cos A \sen B$
$\tan A \cot A = 1$	$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \pm \sen A \sen B$
$\sen(-A) = -\sen A$	$\tan(A \pm B) = \frac{\tan(A) \pm \tan(B)}{1 \mp \tan(A) \tan(B)}$
$\cos(-A) = \cos A$	$\sen \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}}$
$\tan(-A) = -\tan A$	$\cos \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}}$
$\sen A \cos B = \frac{1}{2} [\sen(A - B) + \sen(A + B)]$	$\sen A \sen B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) - \cos(A + B)]$



	$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) + \cos(A + B)]$
--	---



Ley de los senos	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$
Ley de los cosenos	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
Ley de las tangentes	$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan \frac{1}{2}(A+B)}{\tan \frac{1}{2}(A-B)}$

1.3 Álgebra lineal

1.3.1 Números complejos

Teorema de Moivre	$[r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n (\cos(n\theta) + i \sin(n\theta))$	n: número entero
Raíces de números complejos	$[r(\cos \theta + i \sin \theta)]^{\frac{1}{n}}$ $= r^{\frac{1}{n}} [\cos(\frac{\theta + 2k\pi}{n}) + i \sin(\frac{\theta + 2k\pi}{n})]$	n: número entero positivo k=0,1,2,...,n-1

1.4 Geometría analítica en el espacio

Considerando $P_1(x_1, y_1, z_1)$ y $P_2(x_2, y_2, z_2)$

Vector que une P_1 y P_2	$\vec{P_1P_2} = [(x_2 - x_1), (y_2 - y_1), (z_2 - z_1)] = [l, m, n]$
Distancia entre dos puntos	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$
Recta que pasa por dos puntos	Forma paramétrica $x = x_1 + lt \quad y = y_1 + mt \quad z = z_1 + nt$
	Forma simétrica $t = \frac{x-x_1}{l} \quad t = \frac{y-y_1}{m} \quad t = \frac{z-z_1}{n}$

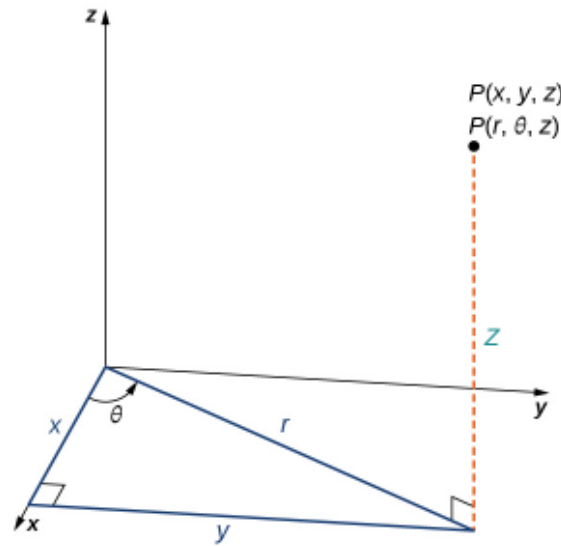


Cosenos directores	$\cos \alpha = \frac{x_2 - x_1}{d} = \frac{l}{d} \quad \cos \beta = \frac{y_2 - y_1}{d} = \frac{m}{d} \quad \cos \gamma = \frac{z_2 - z_1}{d} = \frac{n}{d}$
	donde α, β, γ son los ángulos que forman la línea de puntos de P_1 y P_2 con la parte positiva de los ejes x, y, z respectivamente
	$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$
Ecuación del plano	Que pasa por un punto $P_1(x_1, y_1, z_1)$ y tiene vector normal $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ $n_1(x - x_1) + n_2(y - y_1) + n_3(z - z_1) = 0$
	Forma general $Ax + By + Cz + D = 0$
	Distancia del punto $P_0(x_0, y_0, z_0)$ al plano $Ax + By + Cz + D = 0$ $d = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$
	Ángulo entre dos rectas en el plano $\tan \alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$

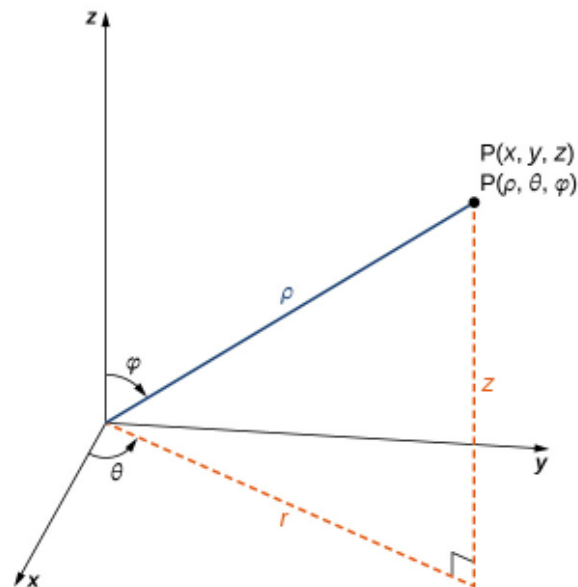
1.4.1 Cambio de coordenadas

$$1. \text{ Coordenadas cilíndricas } (r, \theta, z) \begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \operatorname{sen} \theta \\ z = z \end{cases} \text{ o } \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right), \text{ con } x \neq 0 \\ z = z \end{cases}$$





2. Coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) $\left\{ \begin{array}{l} x = r \operatorname{sen} \theta \cos \phi \\ y = r \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi \\ z = r \cos \theta \end{array} \right. \text{ o } \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right), \text{ con } x \neq 0 \\ \theta = \cos^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) \end{array} \right.$

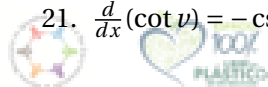


1.5 Cálculo diferencial e integral

1.5.1 Tabla de derivadas

Consideremos que c es una constante y u, v, w son funciones de la variable x .

1. $\frac{d}{dx}(c) = 0$
2. $\frac{d}{dx}(x) = 1$
3. $\frac{d}{dx}(u + v - w) = \frac{d}{dx}(u) + \frac{d}{dx}(v) - \frac{d}{dx}(w)$
4. $\frac{d}{dx}(cv) = c \frac{d}{dx}(v)$
5. $\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{d}{dx}(v) + v \frac{d}{dx}(u)$
6. $\frac{d}{dx}(v^n) = nv^{n-1} \frac{d}{dx}(v)$
7. $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$
8. $\frac{d}{dx}(\sqrt[n]{v}) = \frac{\frac{dv}{dx}}{n \sqrt[n]{v^{n-1}}}$
9. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{d}{dx}(u) - u \frac{d}{dx}(v)}{v^2}$
10. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{c}\right) = \frac{\frac{d}{dx}(u)}{c}$
11. $\frac{d}{dx}|x| = \frac{x}{|x|} = \text{sgn}(x), (x \neq 0)$
12. $\frac{d}{dx}(\ln v) = \frac{1}{v} \frac{d}{dx}(v)$
13. $\frac{d}{dx}(\log v) = \frac{\log e}{v} \frac{d}{dx}(v)$
14. $\frac{d}{dx}(a^v) = a^v \ln a \frac{d}{dx}(v)$
15. $\frac{d}{dx}(e^v) = e^v \frac{d}{dx}(v)$
16. $\frac{d}{dx}(u^v) = u^v \left(\frac{dv}{dx} \ln |u| + v \frac{d}{dx} \ln u \right)$
17. $\frac{d}{dx}(x^x) = x^x(1 + \ln x)$
18. $\frac{d}{dx}(\text{sen } v) = \cos v \frac{d}{dx}(v)$
19. $\frac{d}{dx}(\text{cos } v) = -\text{sen } v \frac{d}{dx}(v)$
20. $\frac{d}{dx}(\tan v) = \sec^2 v \frac{d}{dx}(v)$
21. $\frac{d}{dx}(\cot v) = -\csc^2 v \frac{d}{dx}(v)$
22. $\frac{d}{dx}(\sec v) = \sec v \tan v \frac{d}{dx}(v)$
23. $\frac{d}{dx}(\csc v) = -\csc v \cot v \frac{d}{dx}(v)$
24. $\frac{d}{dx}(\arcsin v) = \frac{\frac{dv}{dx}}{\sqrt{1-v^2}}$
25. $\frac{d}{dx}(\arccos v) = -\frac{\frac{dv}{dx}}{\sqrt{1-v^2}}$
26. $\frac{d}{dx}(\arctan v) = \frac{\frac{dv}{dx}}{1+v^2}$
27. $\frac{d}{dx}(\text{arccot } v) = -\frac{\frac{dv}{dx}}{1+v^2}$
28. $\frac{d}{dx}(\text{arcsec } v) = \frac{\frac{dv}{dx}}{v\sqrt{v^2-1}}$
29. $\frac{d}{dx}(\text{arccsc } v) = -\frac{\frac{dv}{dx}}{v\sqrt{v^2-1}}$
30. $\frac{d}{dx} \sinh x = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
31. $\frac{d}{dx} \cosh x = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
32. $\frac{d}{dx} \tanh x = \text{sech}^2 x$
33. $\frac{d}{dx} \text{sech } x = -\tanh x(\text{sech } x)$
34. $\frac{d}{dx} \text{csch } x = -\coth x(\text{csch } x)$
35. $\frac{d}{dx} \cot h x = -\text{csc } h^2 x$
36. $\frac{d}{dx} \text{argsen } h x = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
37. $\frac{d}{dx} \text{argcosh } x = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
38. $\frac{d}{dx} \text{argtanh } x = \frac{1}{1-x^2}$
39. $\frac{d}{dx} \text{argsech } x = \frac{-1}{|x|\sqrt{1-x^2}}$
40. $\frac{d}{dx} \text{argcsch } x = \frac{-1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$
41. $\frac{d}{dx} \text{argcoth } x = -\frac{1}{x^2-1}$



1.5.2 Derivadas de las funciones hiperbólicas y de las hiperbólicas inversas

$$\frac{d}{dx} \sinh^{-1} u = \frac{1}{\sqrt{u^2+1}} \frac{du}{dx} \quad \frac{d}{dx} \cosh^{-1} u = \frac{\pm 1}{\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx} \quad [+ \text{ si } u > 0, u > 1 \text{ y } - \text{ si } u < 0, u < 1]$$

$$\frac{d}{dx} \tanh^{-1} u = \frac{1}{1-u^2} \frac{du}{dx} \quad [-1 < u < 1]$$

$$\frac{d}{dx} \coth^{-1} u = \frac{1}{1-u^2} \frac{du}{dx} \quad [u > 1 \text{ o } u < -1]$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{sech}^{-1} u = \frac{\pm 1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx} \quad [- \text{ si } \operatorname{sech} u > 0, 0 < u < 1 \quad + \text{ si } \operatorname{sech} u < 0, 0 < u < 1]$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{csch}^{-1} u = \frac{-1}{|u|\sqrt{1+u^2}} \frac{du}{dx} = \frac{\pm 1}{u\sqrt{1+u^2}} \frac{du}{dx} \quad [- \text{ si } u > 0 \text{ + si } u < 0]$$

Además si $z(u)$ depende de u y a su vez $u(x)$ depende de x , entonces la regla de la cadena nos dice que

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{du} \frac{du}{dx}.$$

1.5.3 Tabla de integrales

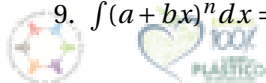
Considerar que k es una constante y que $v(x)$, $u(x)$ son funciones que dependen de la variable x .

Integrales básicas.

1. $\int dx = x + c.$
2. $\int k dx = k \int dx = kx + c.$
3. $\int (u + v - w) dx = \int u dx + \int v dx - \int w dx + c.$
4. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad n \neq -1.$
5. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c.$
6. $\int e^x dx = e^x + c.$
7. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c.$
8. $\int u dv = uv - \int v du.$


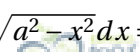
Integrales que contienen $a + bx$

$$9. \int (a + bx)^n dx = \frac{(a + bx)^{n+1}}{b(n+1)} + c, \quad n \neq -1.$$



10. $\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln|a+bx| + c.$
11. $\int \frac{xdx}{a+bx} = \frac{1}{b^2} [a+bx - a \ln(a+bx)] + c.$
12. $\int \frac{xdx}{(a+bx)^2} = \frac{1}{b^2} \left[\frac{a}{a+bx} + \ln(a+bx) \right] + c.$
13. $\int \frac{x^2 dx}{a+bx} = \frac{1}{b^3} \left[\frac{1}{2} (a+bx)^2 - 2a(a+bx) + a^2 \ln(a+bx) \right] + c.$
14. $\int \frac{x^2 dx}{(a+bx)^2} = \frac{1}{b^3} \left[a+bx - \frac{a^2}{a+bx} - 2a \ln(a+bx) \right] + c.$
15. $\int \frac{xdx}{(a+bx)^3} = \frac{1}{b^2} \left[-\frac{1}{a+bx} + \frac{a}{2(a+bx)^2} \right] + c.$
16. $\int \frac{dx}{x(a+bx)} = -\frac{1}{a} \ln\left(\frac{a+bx}{x}\right) + c.$
17. $\int \frac{dx}{x^2(a+bx)} = -\frac{1}{ax} + \frac{b}{a^2} \ln\left(\frac{a+bx}{x}\right) + c.$
18. $\int \frac{dx}{x(a+bx)^2} = \frac{1}{a(a+bx)} - \frac{1}{a^2} \ln\left(\frac{a+bx}{x}\right) + c.$
19. $\int x\sqrt{a+bx} dx = \frac{2(3bx-2a)(a+bx)^{\frac{3}{2}}}{15b^2} + c.$
20. $\int x^2\sqrt{a+bx} dx = \frac{2(8a^2-12abx+15b^2x^2)(a+bx)^{\frac{3}{2}}}{105b^3} + c.$
21. $\int \frac{x}{\sqrt{a+bx}} dx = \frac{2(bx-2a)\sqrt{a+bx}}{3b^2} + c.$
22. $\int \frac{x^2}{\sqrt{a+bx}} dx = \frac{2(8a^2-4abx+3b^2x^2)\sqrt{a+bx}}{15b^3} + c.$
23. $\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln\left(\frac{\sqrt{a+bx}-\sqrt{a}}{\sqrt{a+bx}+\sqrt{a}}\right) + c, \text{ para } a > 0.$
24. $\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} dx = \frac{2}{\sqrt{-a}} \arctan\sqrt{\frac{a+bx}{-a}} + c, \text{ para } a < 0.$
25. $\int \frac{\sqrt{a+bx}}{x} dx = 2\sqrt{a+bx} + a \int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} + c.$
26. $\int x^n\sqrt{a+bx} dx = \frac{2}{b(2n+1)} \left[x^n(a+bx)^{\frac{3}{2}} - na \int x^{n-1}\sqrt{a+bx} dx \right].$
27. $\int \frac{x^n}{\sqrt{a+bx}} dx = \frac{2x^n\sqrt{a+bx}}{b(2n+1)} - \frac{2na}{b(2n+1)} \int \frac{x^{n-1} dx}{\sqrt{a+bx}}$
28. $\int \frac{1}{a^2+b^2x^2} dx = \frac{1}{ab} \arctan \frac{bx}{a} + c$

Integrales que contienen $\pm a^2 \pm x^2$



 29. $\int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + c$

$$30. \int (a^2 - x^2)^{n/2} dx = \frac{x(a^2 - x^2)^{n/2}}{n+1} + \frac{na^2}{n+1} \int (a^2 - x^2)^{\frac{n}{2}-1} dx \quad n \neq -1$$

$$31. \int x(a^2 - x^2)^{n/2} dx = -\frac{(a^2 - x^2)^{\frac{n}{2}+1}}{n+2} + c \quad n \neq -2$$

$$32. \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsen \frac{x}{a} + c$$

$$33. \int \frac{1}{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{x-a} \right| + c$$

$$34. \int \frac{1}{b^2 x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2ab} \ln \left(\frac{bx-a}{bx+a} \right) + c$$

$$35. \int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) + c$$

$$36. \int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) + c$$

$$37. \int \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x} dx = \sqrt{a^2 - x^2} - a \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \right) + c$$

$$38. \int \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x} dx = \sqrt{x^2 + a^2} - a \ln \left(\frac{a + \sqrt{x^2 + a^2}}{x} \right) + c$$

$$39. \int x(a^2 - x^2)^{n/2} dx = -\frac{(a^2 - x^2)^{\frac{n}{2}+1}}{n+2} + c$$

$$40. \int x^2(a^2 - x^2)^{n/2} dx = -\frac{x(a^2 - x^2)^{\frac{n}{2}+1}}{n+3} + \frac{a^2}{n+3} \int (a^2 - x^2)^{n/2} dx$$

$$41. \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsen \left(\frac{x}{a} \right) + c$$

$$42. \int \frac{1}{x\sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \right) + c$$

$$43. \int \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\sqrt{a^2 - x^2} + c$$

$$44. \int \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsen \left(\frac{x}{a} \right) + c$$

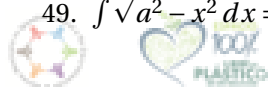
$$45. \int \frac{du}{u\sqrt{a^2 + u^2}} = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + u^2} + a}{u} \right) + C$$

$$46. \int \frac{dx}{x\sqrt{a^2 + x^2}} = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + x^2} + a}{x} \right) + C$$

$$47. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{a^2 + x^2}} = -\frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{a^2 x} + C$$

$$48. \int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2 + x^2}} + C$$

$$49. \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} + C$$



$$50. \int x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{8}(2x^2 - a^2)\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^4}{8} \sin^{-1} \frac{x}{a} + C$$

$$51. \int \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x} dx = \sqrt{a^2 - x^2} - a \ln \left| \frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \right| + C$$

$$52. \int \frac{du}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$53. \int \frac{du}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$

$$54. \int \frac{du}{u\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left| \frac{x}{a} \right| + C$$

$$55. \int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\sqrt{a^2 - x^2} + C$$

$$56. \int \frac{x dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{2} \ln |a^2 + x^2| + C$$

$$57. \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \sqrt{x^2 - a^2} + C$$

$$58. \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

$$59. \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$$

$$60. \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$

Integrales trigonométricas

$$61. \int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$62. \int \cos x dx = \sin x + c$$

$$63. \int \tan x dx = \ln |\sec x| + c$$

$$64. \int \cot x dx = \ln |\sin x| + c$$

$$65. \int \sec x dx = \ln |\sec x + \tan x| + c$$

$$66. \int \csc x dx = \ln |\csc x - \cot x| + c$$

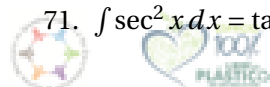
$$67. \int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \sin 2x + c$$

$$68. \int \cos^2 mx dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x + c$$

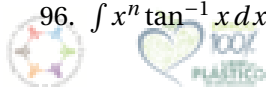
$$69. \int \tan^2 x dx = \tan x - x + c$$

$$70. \int \cot^2 x dx = \cot x - x + c$$

$$71. \int \sec^2 x dx = \tan x + c$$



72. $\int \csc^2 x dx = -\cot x + c$
73. $\int \sen^n x dx = -\frac{\sen^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sen^{n-2} x dx$
74. $\int \cos^n x dx = \frac{\cos^{n-1} x \sen x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx$
75. $\int \tan^n x dx = \frac{\tan^{n-1} x}{n-1} - \int \tan^{n-2} x dx$
76. $\int \cot^n x dx = \frac{\cot^{n-1} x}{n-1} - \int \cot^{n-2} x dx$
77. $\int \sec^n x dx = \frac{\tan x \sec^{n-2} x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} x dx$
78. $\int \csc^n x dx = \frac{\cot x \csc^{n-2} x}{n-2} + \frac{n-2}{n-1} \int \csc^{n-2} x dx$
79. $\int \sen^n x \cos x dx = \frac{\sen^{n+1} x}{n+1} + c$
80. $\int \cos^n x \sen x dx = -\frac{\cos^{n+1} x}{n+1} + c$
81. $\int \sen x \cos x dx = -\frac{1}{2} \cos^2 x + c$
82. $\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$
83. $\int \csc x \cot x dx = -\csc x + c$
84. $\int \sin^3 x dx = -\frac{1}{3}(2 + \sin^2 x) \cos x + C.$
85. $\int \cos^3 x dx = \frac{1}{3}(2 + \cos^2 x) \sin x + C.$
86. $\int \tan^3 x dx = \frac{1}{2} \tan^2 x + \ln |\cos x| + C.$
87. $\int \cot^3 x dx = -\frac{1}{2} \cot^2 x - \ln |\sin x| + C.$
88. $\int \sec^3 x dx = \frac{1}{2} \sec x \tan x + \frac{1}{2} \ln |\sec x + \tan x| + C.$
89. $\int \sec ax \cos bx dx = -\frac{\cos((a-b)x)}{2(a-b)} - \frac{\cos((a+b)x)}{2(a+b)} + C.$
90. $\int \sin(ax) \sin(bx) dx = \frac{\sin((a-b)x)}{2(a-b)} - \frac{\sin((a+b)x)}{2(a+b)} + C.$
91. $\int \cos(ax) \cos(bx) dx = \frac{\sin((a-b)x)}{2(a-b)} + \frac{\sin((a+b)x)}{2(a+b)} + C.$
92. $\int x^n \cos(x) dx = x^n \sin(x) - n \int x^{n-1} \sin(x) dx.$
93. $\int x \sin x dx = \sin x - \cos x + C.$
94. $\int x^n \sen^{-1} x dx = \frac{1}{n+1} \left[x^{n+1} \sen^{-1} x - \int \frac{x^{n+1} dx}{\sqrt{1-x^2}} \right], \quad n \neq -1.$
95. $\int x^n \cos^{-1} x dx = \frac{1}{n+1} \left[x^{n+1} \cos^{-1} x + \int \frac{x^{n+1} dx}{\sqrt{1-x^2}} \right], \quad n \neq -1.$
96. $\int x^n \tan^{-1} x dx = \frac{1}{n+1} \left[x^{n+1} \tan^{-1} x - \int \frac{x^{n+1} dx}{\sqrt{1+x^2}} \right], \quad n \neq -1.$



97. $\int x \cos^{-1} x, dx = \frac{2x^2-1}{4} \cos^{-1} x - \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + C$

98. $\int x \tan^{-1} x, dx = \frac{x^2+1}{2} \tan^{-1} x - \frac{x}{2} + C.$

Integrales trigonométricas inversas

99. $\int \arcsen x dx = x \arcsen x + \sqrt{1-x^2} + c$

100. $\int \arccos x dx = x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + c$

101. $\int \arctan x dx = x \arctan x - \ln(\sqrt{1+x^2}) + c$

102. $\int \text{arc cot} x dx = x \text{arc cot} x + \ln(\sqrt{1+x^2}) + c$

103. $\int \text{arc sec} x dx = x \text{arc sec} x - \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + c$

104. $\int \text{arc csc} x dx = x \text{arc csc} x + \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + c$

Integrales trigonométricas hiperbólicas

105. $\int \text{senh} x dx = \text{cosh} x + c$

106. $\int \text{cosh} x dx = \text{senh} x + c$

107. $\int \text{tanh} x dx = \ln(\text{cosh} x) + c$

108. $\int \text{coth} x dx = \ln(\text{senh} x) + c$

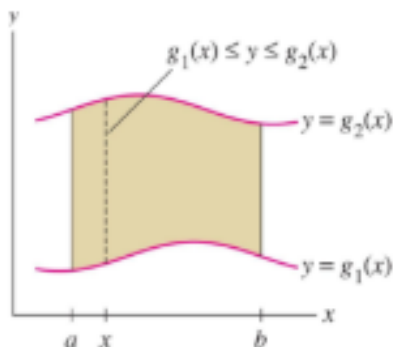
109. $\int \text{sech} x dx = \arctan(\text{senh} x) + c$

110. $\int \text{csch} x dx = \ln(\tanh \frac{x}{2}) + c$



1.6 Cálculo vectorial

1.6.1 Integrales múltiples



Integrales dobles o Integrales de área:

$$\int_a^b \int_{y=f_1(x)}^{y=f_2(x)} F(x, y) dy dx = \int_a^b \left(\int_{y=f_1(x)}^{y=f_2(x)} F(x, y) dy \right) dx$$

$$\int_c^d \int_{x=g_1(y)}^{x=g_2(y)} F(x, y) dx dy = \int_c^d \left(\int_{x=g_1(y)}^{x=g_2(y)} F(x, y) dx \right) dy$$

Estos conceptos se pueden ampliar para considerar integrales triples o de volumen así como integrales múltiples en más de tres dimensiones.



Vectores, funciones vectoriales y operadores diferenciales



1. Producto punto

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{donde } \vec{a} = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle, \vec{b} = \langle b_1, b_2, b_n, \dots \rangle \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \pi. \\ \text{donde } \theta \text{ es el ángulo formado entre } \vec{a} \text{ y } \vec{b} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 \end{array} \right.$$

2. Producto cruz

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \\ = (a_2 b_3 - a_3 b_2) \hat{i} + (a_3 b_1 - a_1 b_3) \hat{j} + (a_1 b_2 - a_2 b_1) \hat{k} \\ \text{donde } \vec{a} = a_1 \hat{i} + a_2 \hat{j} + a_3 \hat{k} \quad \text{y} \quad \vec{b} = b_1 \hat{i} + b_2 \hat{j} + b_3 \hat{k} \\ \text{Magnitud del producto cruz: } |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta \end{array} \right.$$

	En paramétrico arbitrario t	En parámetro s (longitud de arco)
Vector tangente unitario	$T(t) = \frac{\vec{r}'(t)}{ \vec{r}'(t) }$	$T(s) = \vec{r}'(s)$
Vector normal principal	$N(t) = \vec{r}'(t) \times T'(t) $	$N(s) = \frac{\hat{r}''(s)}{ \hat{r}''(s) }$
Vector binomial	$B(t) = \frac{\vec{r}' \times \vec{r}''(t)}{ \vec{r}' \times \vec{r}''(t) }$	$B(s) = \frac{\vec{r}'(s) \times \vec{r}''(s)}{ \vec{r}''(t) }$



Los vectores unitarios T, N, B guardan la relación $B = T \times N$, $N = B \times T$, $T = N \times B$

	Ecuación vectorial	Ecuación paramétrica
Recta tangente en t_0	$\vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + t\vec{r}'(t_0)$	$\frac{x-x_0}{x'_0} = \frac{y-y_0}{y'_0} = \frac{z-z_0}{z'_0}$
Plano Osculador (T, N) en t_0	$B(0) \cdot (r - r_0) = 0$	$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ x'_0 & y'_0 & z'_0 \\ x''_0 & y''_0 & z''_0 \end{vmatrix} = 0$
Plano normal	$(T(0) \cdot (r - r_0)) = 0$	$x'_0(x - x_0) + y'_0(y - y_0) + z'_0(z - z_0) = 0$
Plano rectificante(T, B) en (t_0)	$N(0) \cdot (r - r(t_0)) = 0$	$\alpha(x - x_0) + \beta(y - y_0) + \gamma(z - z_0) = 0$

1.6.2 Torsión

$$t(\tau) = \frac{\vec{r}'(t) \cdot [\vec{r}''(t) \times \vec{r}'''(t)]}{|\vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t)|^2}$$

1.6.3 Curvatura

$$k(t) = \frac{|\vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t)|}{|\vec{r}'(t)|^3}$$

$$k(s) = |\vec{r}''(s)|$$

$$k = \frac{|f''(x)|}{[1 + (f'(x))^2]^{2/3}}$$

1.6.4 Componentes tangencial y normal de la aceleración

$$a_T = \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{v}$$

$$a_N = \frac{v \times \vec{a}}{v}$$



1.6.5 Operadores vectoriales

Sean $U = U(x, y, z)$, una función escalar, y $\vec{F} = \vec{F}(x, y, z)$, una función vectorial, ambas con derivadas parciales:

El operador <i>nabla</i>	$\nabla = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$
El gradiente de $f(x, y, z)$	$\text{grad}(U) = \nabla U = \frac{\partial U}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \hat{k} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) U$
La divergencia de $\vec{F}(x, y, z)$ es	$\text{div} \vec{F} = \nabla \cdot \vec{F} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) \cdot (\vec{F}_1 \hat{i} + \vec{F}_2 \hat{j} + \vec{F}_3 \hat{k})$ $= \frac{\partial \vec{F}_1}{\partial x} + \frac{\partial \vec{F}_2}{\partial y} + \frac{\partial \vec{F}_3}{\partial z}$
El rotacional de $\vec{F}(t)$ es	$\text{rot} \vec{F} = \nabla \times \vec{F} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_1 & F_2 & F_3 \end{bmatrix} =$ $\left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) \times (\vec{F}_1 \hat{i} + \vec{F}_2 \hat{j} + \vec{F}_3 \hat{k}) =$ $\left(\frac{\partial F_3}{\partial y} - \frac{\partial F_2}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial F_1}{\partial z} - \frac{\partial F_3}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y} \right) \hat{k}$
El laplaciano de $f(x, y, z)$ es	$\nabla^2 U = \nabla \cdot (\nabla U) = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$
Proyección	$\text{Proy}(\vec{a}_b) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} }$
Longitud de arco en forma paramétrica	$L = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2} dt$

1.6.6 Propiedades de la Divergencia

$$\nabla \cdot (\vec{F} + \vec{G}) = \nabla \cdot \vec{F} + \nabla \cdot \vec{G}$$

$$\nabla \cdot (\phi \vec{F}) = \phi \nabla \cdot \vec{F} + (\nabla \phi) \cdot \vec{F}$$

$$\nabla \cdot (\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot (\nabla \times \vec{F}) - \vec{F} \cdot (\nabla \times \vec{G})$$



1.7 Tabla de transformada de Laplace \mathcal{L}

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

No.	$f(t)$	$F(s)$
1	C (constante)	$\frac{C}{s}$
2	t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad n \neq 0 \text{ y } n \in \mathbb{N}$
3	t^n	$\frac{\Gamma(n+1)}{s^{n+1}}, \quad n > -1$
4	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
5	$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
6	$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
7	$\sin(kt)$	$\frac{k}{s^2+k^2}$
8	$\cos(kt)$	$\frac{s}{s^2+k^2}$
9	$e^{at} f(t)$	$F(s-a)$
10	$f(t-a)U(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
11	$t^n f(t)$	$(-1)^n F^{(n)}(s)$
12	$\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^{\infty} F(p) dp$
13	$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
14	$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$\frac{F(s)}{s}$
15	$f * g = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau) d\tau$	$F(s)G(s)$
16	$f(t)$ función periódica de periodo τ	$\frac{1}{1-e^{-s\tau}} \int_0^{\tau} f(t)e^{-st} dt$
17	$\delta(t)$	1
18	$\delta(t-t_0)$	$e^{-t_0 s}$



1.8 Serie de Fourier

$$f(x) = \frac{a}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nw_0t) + b_n \text{sen}(nw_0t)]$$

Frecuencia angular: $w_0 = \frac{2\pi}{T}$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(nw_0t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{sen}(nw_0t) dt$$

1.9 Probabilidad y estadística

1.9.1 Probabilidad

$$P(A) = \frac{\text{número de formas en que puede ocurrir } A}{\text{número de eventos simples diferentes}}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$${}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$\mu = \sum [x \cdot P(x)] \quad \text{Media de una distribución de probabilidad}$$

$$\sigma = \sqrt{\sum [x^2 \cdot P(x)] - \mu^2} \quad \text{Desviación estándar de una distribución de probabilidad}$$

$$\mu = \frac{\sum (f \cdot x)}{N} = \sum \left[\frac{f \cdot x}{N} \right] = \sum \left[x \cdot \frac{f}{N} \right] = \sum [x \cdot P(x)]$$

$$\sigma = \sqrt{\sum [(x - \mu)^2 \cdot P(x)]}$$

$$E = \sum [x \cdot P(x)]$$



1.9.2 Estadística

Anchura de clase	$\approx \frac{(\text{valor más alto}) - (\text{valor más bajo})}{\text{número de clases}}$
Frecuencia relativa	$\frac{\text{frecuencia de clase}}{\text{suma de todas las frecuencias}}$
Frecuencia porcentual	$\frac{\text{frecuencia de clase}}{\text{suma de todas las frecuencias}} \times 100\%$
Media de la distribución de frecuencias	$\bar{x} = \frac{\sum(f \cdot x)}{\sum f}$
Media ponderada	$\bar{x} = \frac{\sum(w \cdot x)}{\sum w}$
Media cuadrática	$\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$
Mediana	$(\text{límite inferior de clase de la mediana}) + (\text{anchura de clase}) \left(\frac{\frac{(n+1)}{2} - (m+1)}{\text{frecuencia de la mediana}} \right)$
Rango	$(\text{valor máximo}) - (\text{valor mínimo})$
Varianza	$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N}$
Muestra	$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$
Población	$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

Desviación estándar de una muestra	$s = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n-1}}$
Desviación estándar de la población	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x - \mu)^2}{N}}$
Desviación estándar de una distribución de frecuencias	$s = \sqrt{\frac{n[\sum(f \cdot x^2)] - [\sum(f \cdot x)]^2}{n(n-1)}}$

Valor estandarizado

Percentil del valor x	$\frac{\text{número de valores menores que } x}{\text{número total de valores}} \cdot 100$
Rango intercuartil (o RIC)	$Q_3 - Q_1$
Rango semi-intercuartil	$\frac{Q_3 - Q_1}{2}$



Rango de percentiles 10 – 90	$P_{90} - P_{10}$
Decil	$\frac{k \cdot (n+1)}{10}$ donde $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
Cuartil	$\frac{k \cdot (n+1)}{4}$ donde $k = 1, 2, 3$

Tabla 1.11. Distribuciones y sus fórmulas

Distribución	Fórmulas
Distribución binomial	$P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} \cdot p^x \cdot q^{n-x} \quad \text{para } x = 0, 1, 2, \dots, n$ $\mu = np$ $\sigma^2 = npq$
Distribución de Poisson	$P(x) = \frac{\mu^x \cdot e^{-\mu}}{x!}$ $\mu = np$ $\sigma = \sqrt{\mu}$



1.9.3 Distribución Normal

$$\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E \quad \text{donde} \quad E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

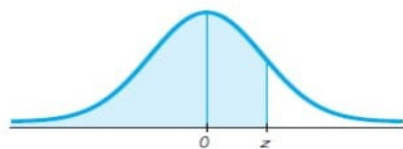

Puntuaciones z POSITIVAS

TABLA A-2 (continuación) Área acumulativa de la IZQUIERDA

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
3.50 y mayores	.9999									

NOTA: Para valores de z por encima de 3.49, utilice 0.9999 para el área.
 *Utilice estos valores comunes, que resultan por interpolación:

Puntuación z	Área
1.645	0.9500
2.575	0.9950

Valores comunes críticos

Nivel de confianza	Valor crítico
0.90	1.645
0.95	1.96
0.99	2.575



1.9.4 Correlación lineal

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

1.9.5 Regresión lineal

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x$$

$$b_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad b_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

1.10 Fórmulas Misceláneas

Área en coordenadas polares	$\frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} r^2 dr$
Ecuaciones paramétricas de la cicloide para $t \in \mathbb{R}$	$x = r(t - \text{sen } t) \quad y = r(1 - \text{cos } t)$
Trabajo	$W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r},$
Masa	$m = \iint_R \rho(x, y) dA$
Centro de masa con respecto de x	$M_x = \iint_R y \rho(x, y) dA$
Centro de masa con respecto de y	$M_y = \iint_R x \rho(x, y) dA$
Centro de gravedad de una región plana	$\bar{x} = \frac{\int_a^b x f(x) dx}{\int_a^b f(x) dx} \quad \bar{y} = \frac{1}{2} \frac{\int_a^b [f(x)]^2 dx}{\int_a^b f(x) dx}$
Momento de inercia de R respecto al origen	$I_0 = \iint_R (x^2 + y^2) \rho(x, y) dA$



Área de la superficie generada al girar la gráfica de f alrededor de x	$S = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$
Volumen del sólido de revolución generado al girar la gráfica de f alrededor del eje y	$V = 2\pi \int_a^b x f(x) dx$
Cálculo del volumen por método de discos	$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$
Ecuación del resorte helicoidal	$\vec{r}(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$
Derivada direccional	$D_{\hat{u}}f(x, y, z) = \nabla f(x, y, z) \cdot \hat{u}$
Ecuación satisfecha por la carga de un circuito RLC	$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E(t)$
Fuerza ejercida por un fluido	$F = \int_a^b v y^2 L(y) dy$
Fuerza que actúa sobre un líquido encerrado en un tubo	$F = A \rho g \Delta h$
Método numérico de Newton-Raphson	$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$





2

Física

2.1 Constantes

Carga electrón	$-1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$
Carga protón	$+1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masa electrón	$m_e = 9.1095 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masa protón	$m_p = 1.67252 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Masa neutrón	$m_n = 1.679 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Planck	$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 6.626 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$
Constante de Rydberg	$R_H = 2.179 \times 10^{-18} \text{ J} = 2.179 \times 10^{-11} \text{ erg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$
Constante dieléctrica de permitividad del vacío	$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$
Constante de Faraday	$F = 96485.3321 \text{ C/mol}$
Constante de Boltzmann	$k = 1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$
Constante gravitacional	$G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$



Constante universal de los gases	$R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) = 8.314 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3/(\text{mol} \cdot \text{K})$ $= 0.0821 \text{ L} \cdot \text{atm}/(\text{mol} \cdot \text{K})$
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}/\text{A} = 1.2566 \times 10^{-6} \text{ H}/\text{m}$
Magnetón de Bohr	$\mu_B = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J}/\text{T}$
Electrón-volt	$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$
Unidad de masa atómica (uma)	$u = 1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Número de Avogadro	$N_A = 6.023 \times 10^{23}$
Volumen molar	$V_m = 22.4 \text{ L}$
Punto triple del agua	$T_r = 273.15 \text{ K}$
Velocidad de la luz	$c = 3 \times 10^8 \text{ m}/\text{s}$
Radio medio de la Tierra	$r_{mT} = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$
Distancia de la Tierra a la Luna	$d_{T-L} = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$
Masa de la Tierra	$m_T = 5.976 \times 10^{24} \text{ kg}$
Masa de la Luna	$m_L = 7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$
Aceleración gravitacional en la Tierra	$g = 9.81 \text{ m}/\text{s}^2$
Aceleración gravitacional en la Luna	$g_L = 1.62 \text{ m}/\text{s}^2$

2.2 Factores de conversión

$1 \text{ N} = 0.2248 \text{ lb} = 10^5 \text{ dina}$
$1 \text{ kcal} = 4186.8 \text{ J} = 3.97 \text{ Btu} = 3087.5 \text{ lb} \cdot \text{pie} = 1.56 \times 10^{-3} \text{ Hph} = 632.18 \text{ CVh}$



1 Btu = 0.252 kcal = 778 lb · pie
1 Hp = 1.014 CVh
1 W = 0.860 $\frac{\text{kcal}}{\text{h}}$
1 J = 2.778×10^{-7} kWh = 9.481×10^{-4} Btu = 10^7 erg = 6.242×10^{18} eV = 0.2389 cal
1 eV = 1.6×10^{-12} erg
1 Hp = $550 \frac{\text{lb} \cdot \text{pie}}{\text{s}} = 745.7 \text{ W} = 2545 \frac{\text{Btu}}{\text{h}} = 178.1 \frac{\text{kcal}}{\text{s}}$
1 T = 10^5 G
1 mi = 1609 m
1 pie = 30.48 cm
1 bar = 10^5 Pa = $14.5 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$
1 lbm = 454 g
1 atm = $14.7 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} = 1.013 \times 10^5$ Pa = 760 mm Hg
1 Å = 10^{-10} m = 10^{-8} cm = 10 nm
1 nm = 10^{-9} m
K = °C + 273.15

2.3 Cinemática y Dinámica

Posición	$\vec{r}(t) = x_{(t)}\hat{i} + y_{(t)}\hat{j} + z_{(t)}\hat{k}$
Aceleración	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$



Aceleración directa	$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \hat{u}_t + \frac{v^2}{\rho} \hat{u}_n \quad \vec{v} = v \hat{u}_t$
Aceleración respecto a la posición	$\vec{a} = (r'' - r'\theta^2) \hat{u}_r + (r''\theta + 2r'\theta') \hat{u}_\theta$
Velocidad respecto a la posición	$\vec{v} = r' \hat{u}_r + r\theta' \hat{u}_\theta$
Velocidad	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
Fuerza	$\vec{F} = m \vec{a} = \left(\frac{W}{g}\right) \vec{a}, \quad W : \text{peso}$
Fuerza Gravitacional	$F = G \frac{mM}{r^2}$
	$\sum F = m \frac{dv}{dt}$

2.3.1 Impulso y cantidad de movimiento

Ímpetu o cantidad de movimiento	$\vec{p} = m\vec{v}$
impulso	$\vec{I} = \int \vec{F} dt$
	$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$

2.4 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

Posición	$x = x_0 + vt$
Velocidad media	$\bar{v} = \frac{1}{2}(v + v_0)$
velocidad	$v = v_0 + at$
Movimiento rectilíneo	$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$





	$x_{B/A} = x_B - x_A$
	$v_{B/A} = v_B - v_A$
	$a_{B/A} = a_B - a_A$



2.5 Estática

$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$ Componentes rectangulares de \vec{F} en el espacio

$$F_x = F \cos \theta_x, \quad F_y = F \cos \theta_y, \quad F_z = F \cos \theta_z$$

$$\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z = 1$$

$$\cos \theta_x = \frac{F_x}{|\vec{F}|}, \quad \cos \theta_y = \frac{F_y}{|\vec{F}|}, \quad \cos \theta_z = \frac{F_z}{|\vec{F}|} = \vec{F} = F \lambda_{AB} = F \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|}$$

$$F = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2}$$

2.6 Momento

Momento de F con respecto a O	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$
Momento de F aplicada en A relativo a B	$\vec{M}_{B/A} = \vec{r}_A \times \vec{F} = (\vec{r}_A - \vec{r}_B) \times \vec{F}$
Momento de F respecto a un eje	$\vec{M}_{OL} = \hat{i} \cdot \vec{M}_O = \hat{i} \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$
Teorema de Varignon	$\vec{r} \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots) = \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \dots$

2.6.1 Condiciones de sistemas equivalentes

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= \sum \vec{F}^* \\ \sum \vec{M}_O &= \sum \vec{M}_O^* \end{aligned}$$

2.6.2 Condiciones de equilibrio

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \sum \vec{F} = 0 \\ \vec{M}_O &= \sum \vec{M}_O = \sum (\vec{r} \times \vec{F}) = 0 \end{aligned}$$



2.7 Trabajo, energía y conservación de la energía

Trabajo mecánico ($ \vec{F} $)	$F = \vec{F} \cdot \vec{d}$
Potencia	$P = \frac{U}{t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{r}}{t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$
Eficiencia	$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{ent}}$
Teorema trabajo-energía	$U = \Delta K = K_f - K_i$
Cinética	$K = \frac{1}{2} m v^2$
Energía potencial gravitacional	$V(y) = mgy$
	$V_e = \frac{1}{2} k x^2$

2.8 Electricidad y magnetismo

Ley de Coulomb	$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r} \quad F = k \frac{ q_1 q_2 }{r^2} \quad \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$
Campo Eléctrico	General: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ Carga puntual: $\vec{E} = \frac{kQ}{r^3} \hat{r}$ Distribución de carga lineal: $\vec{E} = k \int_{\ell} \frac{\lambda}{r^3} \hat{r} d\ell$ Distribución de carga superficial: $\vec{E} = k \int_S \frac{\sigma}{r^3} \hat{r} dS$ Distribución de carga volumétrica: $\vec{E} = k \int_v \frac{\rho r}{r^3} \hat{r} dv$
Ley de Gauss	$\Phi_{Total} = Q_{Enc}$ $\epsilon \oint \vec{E} d\vec{s} = \int_v \rho v dv$
Flujo Eléctrico	$\Phi_E = \epsilon \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$
Potencial Eléctrico	$V = \frac{U}{q}$
Potencial Eléctrico entre 2 Puntos	$V_{ab} = V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q} = -\frac{W_{ab}}{q} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$



Energía Potencial Electrostática	$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \dots + [\text{todos los pares}]$
----------------------------------	--

2.9 Capacitancia

Capacitancia	$q = CV$
De placas paralelas	$C = \kappa\epsilon_0 \frac{A}{d}$
Constante dieléctrica	$C = \epsilon \frac{A}{d} \quad \epsilon = \kappa\epsilon_0$
Cilíndrico	$C = \kappa\epsilon_0 \frac{2\pi l}{\ln(b/a)}$
Energía Almacenada en un Capacitor	$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$
Densidad de Energía	$U = u = \frac{1}{2} \kappa\epsilon_0 E^2$

2.9.1 Corriente, Resistencia y Fuerza Electromotriz

Corriente eléctrica	$i = \frac{dq}{dt}$ $i = nqvA$
Densidad de Corriente	$j = \frac{i}{A} = \sum_i n_i q_i v_i$
Resistividad	$\rho = \frac{E}{j}$
Resistencia	$R = \frac{V}{I} = \rho \frac{l}{A}$
Variación de R con la temperatura	$R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$
Ley de mallas	$V_{ab} = \sum IR - \sum \mathcal{E}$
Ley de nodos	$\sum i_{ent} = \sum i_{sal}$
\sum Elev de potencial = \sum caídas de potencial	$\sum v_i = 0$ algebraica



Potencia Eléctrica	$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R}$
--------------------	---------------------------------



2.10 Magnetismo

Fuerza magnética (\vec{v} : <i>velocidad</i>)	$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB\alpha$
Campo magnético dónde: r: Distancia a: Radio N: Número de vueltas $\vec{\ell}$: Elemento de longitud	$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ $B = \frac{\mu_0 i}{2a}$ $B = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi R}$ $\vec{F} = i\ell \times \vec{B} = \ell B\alpha$ $dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \sin\theta d\theta$ $B = \frac{i}{4\pi a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$
Par magnético	$\tau = NiAB\theta$
	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$
Flujo magnético	$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$
Fuerza electromotriz	$\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ $\epsilon = -vB\ell$



2.11 Termodinámica

Eficiencia para un ciclo	$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C}$
Eficiencia sistema estacionario	$\eta = \frac{W_S}{Q_T}$
Ecuación de calor	$Q = mc_p \Delta T$
Expansión termodinámica	$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$
	$\Delta A = 2\alpha A_0 \Delta T$
	$\Delta V = 3\alpha V_0 \Delta T$
Ley de los gases ideales (R_u : Constante universal de los gases ideales)	$PV = nRT$ $R = \frac{\bar{R}_u}{M}$

2.11.1 Primera Ley de la Termodinámica

Trabajo	$P = \int P dV$
Sistemas cerrados	$Q = \Delta U + W$
Sistemas abiertos	$Q = \Delta H + W_s$
Entalpía	$H = U + PV$
Entalpía de formación	$\Delta H = \Delta U + RT \Delta n_{\text{gas}}$
Capacidad calorífica	$C = C_p m$



2.11.2 Segunda Ley de la Termodinámica

Relación entre funciones termodinámicas
$dU = TdS - PdV$
$dH = TdS + VdP$
$dF = -SdT - PdV$
$dG = -SdT + VdP$

Ley de Hess	$\Delta H^0 = \Delta H_{f.n}^0 - \Delta H_{f.r}^0$ $\Delta H^0 = \Delta H_{\text{productos}}^0 - \Delta H_{\text{reactivos}}^0$
Ecuación de Clapeyron	$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta H_0}{T\Delta V_m} = \frac{\Delta S}{\Delta V}$
Ecuación de Clausius-Clapeyron	$\ln \frac{P_2}{P_1} = \frac{\Delta H_0}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$

2.12 Electroquímica

F : constante de Faraday	$m = \frac{Mit}{zF}$
z : número de electrones transferidos	$\Delta G^0 = -nFE_{\text{celda}}^0 = -RT \ln k_{eq}$
I : intensidad de corriente	$E = E^0 - \frac{0,0592}{n} \log k \quad @ 298 \text{ K}$ $E = E^0 - \frac{2,303RT}{nF} \log k_{eq}$



2.13 Óptica

Velocidad de propagación	$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$
n : Índice de refracción	$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}}$
c : Velocidad de la luz en el vacío	
Ley de Snell	$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

2.14 Mecánica de fluidos

Donde ρ es la densidad del fluido	$P = P_0 + \rho gh$
Presión	$P = \frac{F}{A}$
Ecuación de Bernoulli	$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$
Gasto	$Q = vA$
Ecuación de continuidad	$v_1 A_1 = v_2 A_2$
Flujo másico	$\dot{m} = \rho Av$





3

Química

3.1 Teoría de Bohr y series espectrales

μ : momento magnético en magnetones de Bohr
n : número de electrones no apareados
Constante de Boltzmann: $1.381 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$
Magneton de Bohr: $1 \text{ M.B.} = \frac{eh}{4\pi mc} = 9.274 \frac{\text{ergs}}{\text{g}} \times 10^{-21}$
$c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$
$V \propto n$
$E = h\nu$
Potencia = $\frac{\text{Trabajo}}{\text{Tiempo}}$
$c = \lambda\nu$
$\lambda = \frac{h}{m\nu}$
$P = h\nu_0$
$\Delta x \cdot \Delta P \geq \frac{h}{4\pi}$
$E = E_c + h\nu_0$



$\mu = \sqrt{n(n+2)}$
$E_c = \frac{1}{2}mv^2$
$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$
$\Delta E = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$
$R_H = 109677 \text{ cm}^{-1}$
$U = \frac{3}{2}k_B T$

3.2 Concentración de disoluciones

Porcentaje	
por ciento en masa	$\frac{\text{masa del soluto}}{\text{masa de la disolución}} \times 100\%$
por ciento en volumen	$\frac{\text{volumen del soluto}}{\text{volumen de la disolución}} \times 100\%$
por ciento en masa/volumen	$\frac{\text{masa del soluto}}{\text{volumen de la disolución, ml}} \times 100\%$

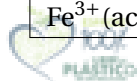
partes por millón	$\text{ppm} = \frac{\text{masa de soluto (g)}}{\text{masa de disolución (g)}} \times 10^6$
Molalidad	$m = \frac{\text{moles de soluto}}{\text{kilogramos de disolvente}}$
Molaridad	$M = \frac{\text{moles de soluto}}{\text{V en litros de disolución}}$
Normalidad	$N = \frac{\text{\#EQ}}{\text{V en litros de disolución}}$



3.3 Potenciales estándar de reducción a 25 °C

Semirreacción	E° (V)
$\text{Li}^+(\text{ac}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Li}(\text{s})$	-3.05
$\text{K}^+(\text{ac}) + \text{e}^- \rightarrow \text{K}(\text{s})$	-2.93
$\text{Ba}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Ba}(\text{s})$	-2.90
$\text{Sr}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Sr}(\text{s})$	-2.89
$\text{Ca}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Ca}(\text{s})$	-2.87
$\text{Na}^+(\text{ac}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Na}(\text{s})$	-2.71
$\text{Mg}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Mg}(\text{s})$	-2.37
$\text{Be}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Be}(\text{s})$	-1.85
$\text{Al}^{3+}(\text{ac}) + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Al}(\text{s})$	-1.68
$\text{Mn}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Mn}(\text{s})$	-1.18
$\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{e}^- \rightarrow 1/2\text{H}_2(\text{g}) + \text{OH}^-(\text{ac})$	-0.83
$\text{Zn}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Zn}(\text{s})$	-0.76
$\text{Cr}^{3+}(\text{ac}) + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Cr}(\text{s})$	-0.74
$\text{Fe}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Fe}(\text{s})$	-0.44
$\text{Cd}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cd}(\text{s})$	-0.40
$\text{PbSO}_4(\text{s}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Pb}(\text{s}) + \text{SO}_4^{2-}(\text{ac})$	-0.31
$\text{Co}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Co}(\text{s})$	-0.28
$\text{Ni}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Ni}(\text{s})$	-0.25
$\text{Sn}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Sn}(\text{s})$	-0.14
$\text{Pb}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Pb}(\text{s})$	-0.13
$2\text{H}^+(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2(\text{g})$	0.00
$\text{Sn}^{4+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Sn}^{2+}(\text{ac})$	0.13
$\text{Cu}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu}(\text{s})$	0.34
$\text{SO}_4^{2-}(\text{ac}) + 4\text{H}^+(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{SO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	0.34
$\text{Ag}^+(\text{ac}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Ag}(\text{s})$	0.80
$\text{Cu}^+(\text{ac}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Cu}(\text{s})$	0.52
$2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2(\text{g}) + 2\text{OH}^-(\text{ac})$	0.83
$\text{I}^-(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{I}_2(\text{s})$	0.54
$\text{MnO}_2(\text{s}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{MnO}_4^{2-}(\text{ac}) + 4\text{OH}^-(\text{ac})$	0.58
$\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 4\text{e}^- \rightarrow 4\text{OH}^-(\text{ac})$	0.40
$\text{Fe}^{3+}(\text{ac}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Fe}^{2+}(\text{ac})$	0.77

Fuerza oxidante creciente
Fuerza reductora creciente



Fuerza oxidante creciente ↓	$\text{H}_2\text{O}_2(\text{ac}) + 2\text{H}^+(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	1.23	Fuerza reductora creciente ↑
	$\text{Hg}_2^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{Hg}(\text{l})$	0.85	
	$\text{Br}_2(\text{l}) + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{Br}^-(\text{ac})$	1.07	
	$\text{Hg}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Hg}_2(\text{s})$	0.85	
	$\text{Fe}^{3+}(\text{ac}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Fe}^{2+}(\text{ac})$	0.77	
	$\text{Cl}_2(\text{g}) + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{Cl}^-(\text{ac})$	1.36	
	$\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}^+(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2\text{O}_2(\text{ac})$	0.70	
	$\text{Au}^{3+}(\text{ac}) + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Au}(\text{s})$	1.50	
	$\text{MnO}_2(\text{s}) + 4\text{H}^+(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Mn}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	1.23	
	$\text{PbO}_2(\text{s}) + 4\text{H}^+(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Pb}^{2+}(\text{ac}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	1.47	
	$\text{MnO}_4^{2-}(\text{ac}) + 8\text{H}^+(\text{ac}) + 5\text{e}^- \rightarrow \text{Mn}^{2+}(\text{ac}) + 4\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	1.51	
	$\text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+(\text{ac}) + 4\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	1.23	
$\text{PbO}_2(\text{s}) + \text{SO}_4^{2-}(\text{ac}) + 4\text{H}^+(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{PbSO}_4(\text{s}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	1.77		
$\text{BrO}_3^-(\text{ac}) + 6\text{H}^+(\text{ac}) + 6\text{e}^- \rightarrow \text{Br}^-(\text{ac}) + 3\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	1.52		
$\text{Cl}_2(\text{g}) + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{Cl}^-(\text{ac})$	1.36		
$\text{O}_3(\text{g}) + 2\text{H}^+(\text{ac}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{O}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$	2.07		
$\text{F}_2(\text{g}) + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{F}^-(\text{ac})$	2.87		



3.4 Datos termodinámicos para compuestos orgánicos a 298 K

Compuesto	$M(\text{g mol}^{-1})$	$\Delta H_f^\circ \left(\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right)$	$\Delta G_f^\circ \left(\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right)$	$S_f^\circ \left(\frac{\text{J}}{\text{mol K}}\right)$	$C_p \left(\frac{\text{J}}{\text{mol K}}\right)$	$\Delta H_s \left(\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}\right)$
C(s) (grafito)	12.011	0	0	5.740	8.527	-393.51
C(s) (diamante)	12.011	+1.895	+2.900	2.377	6.113	-395.40
CO ₂ (g)	44.010	-393.51	-394.36	213.74	37.11	
Hidrocarburos						
CH ₄ (g), metano	16.04	-74.81	-50.72	186.26	35.31	-890
CH ₃ (g), metilo	15.04	+145.69	+147.92	194.2	38.70	
C ₂ H ₂ (g), etino	26.04	+226.73	+209.20	200.94	43.93	-1300
C ₂ H ₄ (g), eteno	28.05	+52.26	+68.15	219.56	43.56	-1411
C ₂ H ₆ (g), etano	30.07	-84.68	-32.82	229.60	52.63	-1560
C ₃ H ₆ (g), propeno	42.08	+20.42	+62.78	267.05	63.89	-2058
C ₃ H ₆ (g), ciclopropano	42.08	+53.30	+104.45	237.55	55.94	-2091
C ₃ H ₈ (g), propano	44.09	-103.85	-23.49	269.91	73.5	-2220
C ₄ H ₈ (g), 1-buteno	56.11	-30.07	+71.01	285.51	85.65	-2717
C ₄ H ₈ (g), cis-2-buteno	56.11	+6.99	+65.95	300.94	78.91	-2710
C ₄ H ₈ (g), trans-2-buteno	56.11	-11.17	+63.06	296.59	87.82	
C ₄ H ₁₀ (g), butano	53.13	-126.15	-17.03	310.23	122.2	-3537
C ₅ H ₁₂ (g), pentano	72.15	-146.44	-8.20	348.40	120.2	
C ₅ H ₁₂ (l)	72.15	-173.1				
C ₆ H ₆ (l), benceno	78.12	+49.0	+124.3	173.3	136.1	-3268
C ₆ H ₆ (g)	78.12	+82.93	+129.72	269.31	81.67	-3302
C ₆ H ₁₂ (l), ciclohexano	84.16	-156	+26.8		156.5	-3920
C ₆ H ₁₄ (l), hexano	86.18	-198.7		204.3		-4163
C ₆ H ₅ CH ₃ (g), tolueno	92.14	+50.0	+122.0	320.7	103.6	-3953
C ₇ H ₁₆ (l), heptano	100.21	-224.4	+1.0	328.6	224.3	-4819
C ₈ H ₁₈ (l), octano	114.23	-249.9	+6.4	361.1		-5471
C ₈ H ₁₈ (l), iso-octano	114.23	-255.1				-5461
C ₁₀ H ₈ (s), naftaleno	128.18	+78.53				-5157
Alcoholes y fenoles						
CH ₃ OH(l), metanol	32.04	-238.66	-166.27	126.8	81.6	-726
CH ₃ OH(g)	32.04	-200.66	-161.96	239.81	43.89	-764
C ₂ H ₅ OH(l), etanol	46.07	-277.69	-174.78	160.7	111.46	-1368
C ₂ H ₅ OH(g)	46.07		-168.49	282.70	65.44	-1409
C ₆ H ₅ OH(s), fenol	94.12	-165.0	-50.9	146.0		-3054
Ácidos carboxílicos, hidroxi-ácidos, y ésteres						



HCOOH(l), fórmico	46.03	-424.72	-361.35	128.95	99.04	-255
CH ₃ COOH(l), acético	60.05	-484.5	-389.9	159.8	124.3	-875
CH ₃ COOH(aq)	60.05	-485.76	-396.46	178.7		
(COOH) ₂ (s), oxálico	90.04	-824.0		117		-254
C ₆ H ₅ COOH(s), benzoico	122.13	-385.1	-245.3	167.6	145.8	-3227
CH ₃ CH(OH)COOH(s), láctico	90.08		-694.0			-1344
H ₃ COOCH ₂ H ₅ (l), acetato de etilo	88.11	-479.0	-332.7	259.4	170.1	-2231
Aldehídos y cetonas						
HCHO(g), metanal	30.03	-108.57	-102.53	218.77	35.40	-571
CH ₃ CHO(l), etanal	44.05	-192.30	-128.12	160.2		-1166
CH ₃ CHO(g)	44.05	-166.19	-128.86	250.3	57.3	-1192
CH ₃ COCH ₃ (l), propa- nona	58.08	-248.1	-155.4	200.4	124.7	-1790
Azúcares						
C ₆ H ₁₂ O ₆ (s), α-D- glucosa	180.16		-1274		212	-2808
C ₆ H ₁₂ O ₆ (s), β-D- glucosa	180.16		-1268			-2810
C ₆ H ₁₂ O ₆ (s), β-D- fructosa	180.16		-2222			-5645
C ₁₂ H ₂₂ O ₁₁ (s), sacaro- sa	342.30		-1543	360.2		
Compuestos nitrogenados						
CO(NH ₂) ₂ (s), urea	60.06	-333.51	-197.33	104.60	93.14	-632
CH ₃ NH ₂ (g), metil- amina	30.03	-22.97	+32.16	243.41	53.1	-1085
C ₆ H ₅ NH ₂ (l), anilina	93.13		+31.1	218.37		-3393
C ₂ H ₂ (NH ₂)COOH(s), glicina	75.07	-532.9	-373.4	103.5	99.2	-969
Azufre						
S(s, α (rómbo))	3.206	0	0	31.80	22.64	
S(s, β (monoclínico))	32.06	+0.33	+0.1	32.6	23.6	
SO(g)	48.06	-296.83	-300.19	248.22	39.87	
SO ₂ (g)	80.06	-395.72	-371.06	256.76	50.67	
H ₂ SO ₄ (l)	98.08	-813.99	-690.00	156.90	138.9	
H ₂ S(g)	34.08	-20.63	-33.56	205.79	34.23	
SF ₆ (g)	146.05	-1209	-1105.3	291.82	97.28	



Bromo						
Br ₂ (l)	159.82	0	0	152.23	75.689	
Br ₂ (g)	159.82	+30.907	+3.110	245.46	36.02	
HBr(g)	90.92	-36.40	-53.45	198.70	29.142	
Calcio						
Ca(s)	40.08	0	0	41.42	25.31	
CaO(s)	56.08	-635.09	-604.03	39.75	42.80	
CaCO ₃ (s, calcita)	100.09	-1206.9	-1128.8	92.9	81.85	
CaCO ₃ (s, aragonita)	100.09	-1207.1	-1127.8	88.7	81.25	
CaF ₂ (s)	78.08	-1219.6	-1167.3	68.87	67.03	
CaCl ₂ (s)	110.99	-795.8	-748.1	104.6	72.59	
CaBr ₂ (s)	199.90	-682.8	-663.6	130		
Carbono						
CO(g)	28.011	-110.53	-137.17	197.67	29.14	
CO ₂ (g)	44.010	-393.51	-394.36	213.74	37.11	
CCl ₄ (l)	153.82	-135.44	-65.21	216.40	131.75	
CS ₂ (l)	76.14	+89.70	+65.27	151.34	75.7	
HCN(g)	27.03	+135.1	+124.7	201.78	35.86	
HCN(l)	27.03	+108.87	+124.97	112.84	70.63	
Cloro						
Cl ₂ (g)	70.91	0	0	223.07	33.91	
Cl ₂ (l)	35.45	121.7				
HCl(g)	36.46	-92.31	-95.30	186.91	29.12	
Flúor						
F ₂ (g)	38.00	0	0	202.78	31.30	
HF(g)	20.01	-271.1	-273.2	173.78	29.13	
Fósforo						
P ₄ (s, blanco)	30.97	0	0	41.09	23.840	
PH ₃ (g)	34.00	+5.4	+13.4	210.23	37.11	
PCl ₃ (g)	137.33	-287.0	-267.8	311.78	71.84	
PCl ₃ (l)	137.33	-319.7	-272.3	217.1		
PCl ₅ (g)	208.24	-374.9	-305.0	364.6	112.8	
PCl ₅ (l)	208.24	-443.5				
H ₃ PO ₄ (s)	82.00	-964.4		110.50	106.06	
H ₃ PO ₄ (l)	94.97	-1279.0	-1119.1	110.50	106.06	
H ₃ PO ₃ (s)	94.97	-1266.9				
P ₄ O ₁₀ (s)	283.89	-2984.0	-2697.0	228.86	211.71	
Hidrógeno						
H ₂ (g)	2.016	0	0	130.684	28.824	
H ₂ O(l)	18.015	-285.83	-237.13	69.91	75.291	



H ₂ O ₂ (g)	34.015	-241.82	-228.57	188.83	33.58	
H ₂ O ₂ (l)	34.015	-187.78	-120.35	109.6	89.1	
Yodo						
I ₂ (s)	253.81	0	0	116.135	54.44	
I ₂ (g)	253.81	+62.44	+19.33	260.69	36.90	
HI(g)	127.91	+26.48	+1.70	206.59	29.158	
Nitrógeno						
N ₂ (g)	28.013	0	0	191.61	29.125	
NO(g)	30.01	+90.25	+86.55	210.76	29.844	
N ₂ O(g)	44.01	+82.05	+104.20	219.88	38.45	
NO ₂ (g)	46.01	+33.18	+51.31	240.06	37.20	
N ₂ O ₄ (g)	92.01	+9.16	+97.89	304.29	77.28	
N ₂ O ₅ (s)	108.01	-43.1	+113.9	178.2	143.1	
N ₂ O ₅ (g)	108.01	-11.3	+115.1	355.7	84.5	
HNO ₃ (l)	63.01	-174.10	-80.71	159.60	109.87	
NH ₃ (g)	17.03	-46.11	-16.45	192.45	35.06	
NH ₂ OH(s)	33.03	-114.2				
N ₂ H ₄ (l)	32.05	+50.63	+149.43	121.21	139.3	
NH ₄ NO ₃ (s)	80.05	-365.56	-183.87	151.08	84.1	
NH ₄ Cl(s)	53.49	-314.43	-202.87	94.6		
Oxígeno						
O ₂ (g)	31.999	0	0	205.138	29.355	
O ₃ (g)	4.998	+142.7	+163.2	238.93	39.20	
Potasio						
K(s)	39.10	0	0	64.18	29.58	
KOH(s)	56.11	-424.76	-379.08	78.9	64.9	
KF(s)	58.10	-576.27	-537.75	66.57	49.04	
KCl(s)	74.55	-436.68	-409.16	82.6	51.30	
KBr(s)	119.00	-393.80	-380.66	95.92	52.30	
KI(s)	166.01	-327.90	-324.89	106.32	52.93	
Sodio						
Na(s)	22.99	0	0	51.21	28.24	
Na(g)	22.99	107.000				
NaOH(s)	40.00	-425.61	-379.49	64.46	59.54	
NaCl(s)	58.44	-410.90	-384.14	72.13	50.50	
NaBr(s)	102.90	-361.06	-348.98	86.52	51.38	
NaI(s)	149.89	-287.78	-286.06	98.53	52.09	



3.5 Tabla periódica

Prof Mokeur TPE

Simbolo: **H1**

Número atómico: 1.00794

Masa atómica: 2.20

Nombre: Hidrógeno

Niveles de oxidación: -1

Electronegatividad: 2.20

1																		18											
IA																		VIIIA											
1	2															13	14	15	16	17	18								
H1	He2																	4.002602	-0	0									
2																		IIIA		IVA		VA		VIA		VIIA		VIIIA	
Li3	Be4															B5	C6	N7	O8	F9	Ne10								
6.941	9.012182															10.811	12.0107	14.0067	15.9994	18.998403	20.1797								
3																		IIIA		IVA		VA		VIA		VIIA		VIIIA	
Na11	Mg12															Al13	Si14	P15	S16	Cl17	Ar18								
22.989769	24.3050															26.981538	28.0865	30.973762	32.065	35.453	39.948								
4																		IIIA		IVA		VA		VIA		VIIA		VIIIA	
K19	Ca20	Sc21	Ti22	V23	Cr24	Mn25	Fe26	Co27	Ni28	Cu29	Zn30	Ga31	Ge32	As33	Se34	Br35	Kr36												
39.0983	40.078	44.95592	47.867	50.9415	51.9961	54.938045	55.845	58.933195	58.6934	63.546	65.38	69.723	72.64	74.92160	78.96	79.904	83.798												
5																		IIIA		IVA		VA		VIA		VIIA		VIIIA	
Rb37	Sr38	Y39	Zr40	Nb41	Mo42	Tc43	Ru44	Rh45	Pd46	Ag47	Cd48	In49	Sn50	Sb51	Te52	I53	Xe54												
85.4678	87.62	88.90585	91.224	92.90638	95.96	98.9062	101.07	102.90550	106.42	107.8682	112.411	114.818	118.710	121.760	127.60	128.90447	131.293												
6																		IIIA		IVA		VA		VIA		VIIA		VIIIA	
Cs55	Ba56	La57	Hf72	Ta73	W74	Re75	Os76	Ir77	Pt78	Au79	Hg80	Tl81	Pb82	Bi83	Po84	At85	Rn86												
132.90545	137.327	138.90547	178.49	180.94788	183.84	186.207	190.23	192.217	195.084	196.96657	200.59	204.3833	207.2	208.98040	208.9824	209.9871	222.0176												
7																		IIIA		IVA		VA		VIA		VIIA		VIIIA	
Fr87	Ra88	Ac89	Rf104	Db105	Sg106	Bh107	Hs108	Mt109	Ds110	Rg111	Cn112	Uut113	Fl114	Uup115	Lv116	Uus117	Uuo118												
223.0197	226.0254	227.0278	261.11	262.11	263.12	262.12	264	266.1378	269	272	277	284	289	288	292	293	294												

Lantánidos

Actínidos

3.5.1 Valores de afinidad energía de ionización $\frac{KJ}{mol}$

H	13,6	He	24,59
Li	5,39	Be	9,32
Na	5,14	Mg	7,65
K	4,34	Ca	6,11
Rb	4,18	Sr	5,69
Cs	3,89	Ba	5,21
Fr	4,07	Ra	5,28
Sc	6,56	Ti	6,83
V	6,75	Cr	7,43
Mn	7,43	Fe	7,9
Co	7,88	Ni	7,64
Cu	7,73	Zn	9,39
Ga	6	Ge	7,9
As	9,79	Se	9,75
Br	11,81	Kr	14
Xe	10,45	Rn	10,75
Y	6,22	Zr	6,63
Nb	6,76	Mo	7,09
Tc	7,28	Ru	7,36
Rh	7,46	Pd	8,34
Ag	7,58	Cd	8,99
In	5,79	Sn	7,34
Sb	8,61	Te	9,01
I	10,45	Xe	12,13
Hf	6,83	Ta	7,55
W	7,86	Re	7,83
Os	8,44	Ir	8,97
Pt	8,96	Au	9,23
Hg	10,44	Tl	6,11
Pb	7,42	Bi	7,29
Po	8,41	At	9,32
Rn	10,75	Og	10,75
Pr	5,47	Nd	5,53
Pm	5,58	Sm	5,64
Eu	5,67	Gd	6,15
Tb	5,86	Dy	5,94
Ho	6,02	Er	6,11
Tm	6,18	Yb	6,25
Lu	5,43	Lv	5,43
Ce	5,54	Pr	5,47
Ce	5,54	Nd	5,53
Pm	5,58	Sm	5,64
Eu	5,67	Gd	6,15
Tb	5,86	Dy	5,94
Ho	6,02	Er	6,11
Tm	6,18	Yb	6,25
Lu	5,43	Lv	5,43
Th	6,31	Pa	5,89
U	6,19	Np	6,27
Pu	6,03	Am	5,97
Cm	5,99	Bk	6,2
Cf	6,28	Es	6,42
Fm	6,5	Md	6,58
No	6,65	Lr	4,9



3.5.2 Valores de afinidad electrónica $\frac{KJ}{mol}$

H	13,6	He	24,59
Li	5,39	Be	9,32
Na	5,14	Mg	7,65
K	4,34	Ca	6,11
Rb	4,18	Sr	5,69
Cs	3,89	Ba	5,21
Fr	4,07	Ra	5,28
Sc	6,56	Ti	6,83
V	6,75	Cr	7,43
Mn	7,43	Fe	7,9
Co	7,88	Ni	7,64
Cu	7,73	Zn	9,39
Ga	6	Ge	7,9
As	9,79	Se	9,75
Br	11,81	Kr	14
Y	6,22	Zr	6,63
Nb	6,76	Mo	7,09
Tc	7,28	Ru	7,36
Rh	7,46	Pd	8,34
Ag	7,58	Cd	8,99
In	5,79	Sn	7,34
Sb	8,61	Te	9,01
I	10,45	Xe	12,13
Al	5,99	Si	8,15
P	10,49	S	10,36
Cl	12,97	Ar	15,76
B	8,3	C	11,26
N	14,53	O	13,62
F	17,42	Ne	21,56
Hf	6,83	Ta	7,55
W	7,86	Re	7,83
Os	8,44	Ir	8,97
Pt	8,96	Au	9,23
Hg	10,44	Tl	6,11
Pb	7,42	Bi	7,29
Po	8,41	At	9,32
Rn	10,75	Og	
La	5,58	Ce	5,54
Pr	5,47	Nd	5,53
Pm	5,58	Sm	5,64
Eu	5,67	Gd	6,15
Tb	5,86	Dy	5,94
Ho	6,02	Er	6,11
Tm	6,18	Yb	6,25
Lu	5,43	Lv	
Ce	5,54	Pr	5,47
Nd	5,53	Pm	5,58
Sm	5,64	Eu	5,67
Gd	6,15	Tb	5,86
Dy	5,94	Ho	6,02
Er	6,11	Tm	6,18
Yb	6,25	Lu	5,43
Rf	6	Db	
Sg		Bh	
Hs		Mt	
Ds		Rg	
Cn		Nh	
Fl		Mc	
Lv		Ts	
Og			
Ra	5,28	Ac	5,17
Th	6,31	Pa	5,89
U	6,19	Np	6,27
Pu	6,03	Am	5,97
Cm	5,99	Bk	6,2
Cf	6,28	Es	6,42
Fm	6,5	Md	6,58
No	6,65	Lr	4,9

